

**Catherine BERDONNEAU**

Professeur de mathématiques, IUFM Cergy Pontoise, membre du Conseil scientifique de l'AGEEM  
<http://www.ageem.fr/?Catherine-BERDONNEAU>

Accompagnement d'une réflexion sur « traces sans fiches » en vue d'une exposition au colloque de Chaumont (juillet 2013)

Question de départ : sur quoi portent les traces envisagées ? sur un contenu (ce qui semble, en principe, le propos des fiches ou d'une affiche) ? sur l'appropriation de ce contenu par un individu (ce qui rejoint évaluation) ? sur le vécu par un individu d'une démarche d'apprentissage ?

Au préalable, en réponse à des questions, un point sur le dénombrement...

**Point d'information :  
DENOMBREMENT – NUMERATION – FRISE NUMERIQUE**

Les apprentissages numériques constituent un contenu large, considéré comme primordial en maternelle.

Ces apprentissages peuvent être décomposés en deux apprentissages pré-(numériques et deux apprentissages plus fortement reliés au nombre, présentés ici de manière successives mais qui sont travaillés simultanément.

**LE PRENUMERIQUE - Mémoriser, énumérer**

**Mémoriser**

Depuis 2002, l'injonction ministérielle et l'objectif de la GS de l'école maternelle est de « mémoriser la suite des nombres au moins jusqu'à 30 au moins » (à comprendre comme « mémoriser la suite des noms de nombres dans l'ordre des valeurs croissantes, jusqu'à trente au moins », compétence purement verbale)

Il y a donc un intérêt à commencer à sensibiliser les élèves à la numération orale sachant que ce qui pénalise surtout les élèves, c'est l'insuffisance de la mémorisation des mots jusqu'à 16.

En allant jusqu'à 30, on étudie aussi le passage des mots-dizaines.

On est dans la RECITATION :

- Fin de PS : aller jusqu'à 10/12 (plus pour ceux qui le peuvent). En effet, un enfant de 3/4 ans est capable de mémoriser, après apprentissage, plus de 12 sonorités. La restitution attendue peut se limiter à une restitution « ruban » (// avec « amstramgram » : Ondébite, on ne coupe pas).
- Fin de MS : aller jusqu'à 20 (plus pour ceux qui le peuvent). Non seulement on allonge la « chanson », mais en plus on y acquiert de nouvelles compétences.
  - o D'une part on s'intéresse à la segmentation. Le ruban devient collier avec des perles (passage de « septhuit » à « sept-huit » et nonavec thuit).
  - o D'autre part, on prend conscience qu'une perle n'est pas toujours monosyllabique (13 – 14).

On est toujours dans la mémorisation et la restitution orales.

- En GS : aller jusqu'à 30 (plus pour ceux qui le peuvent). A nouveau, il y a acquisitions de nouvelles compétences en plus d'un nouvel allongement du texte de la chanson.

Il faut être capable de jouer avec les perles :

- o sauter un mot/nombre,
- o avancer,
- o reculer,
- o réciter jusqu'à... (qui peut être commencé en MS) ex : un petit cochon pendu au plafond
- o réciter à partir de...

Les élèves deviennent des virtuoses de la balade sur le collier.

## Enumérer

C'est transformer un « tas » en « file » et savoir où on en est dans la revue de la file.

Le gestuel a toute sa place dans cet apprentissage, mais on vise à s'en dispenser en fin d'apprentissage.

C'est un apprentissage prématuré en P.S., à privilégier en MS/GS. En PS, il s'agit de prendre conscience de la position dans une file (sans avoir simultanément à constituer cette file).

Reproduction de suites

Modèle




Voici un modèle : il faut faire « pareil »



C'est la même collection = accumulation d'éléments



Ce n'est pas la même suite = idée de rang de l'élément dans la suite

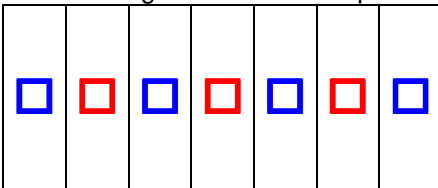
- Deux collections sont identiques si elles sont constituées des mêmes éléments (en même quantité). La collection  est bien aussi formée de chien, clef, mégaphone, mais il y a deux clefs et trois chiens (et de couleurs différentes).
- Deux suites sont identiques si elles sont constituées des mêmes éléments placés dans le même ordre.

Il faut proposer des situations sans ambiguïté.

On introduit du plus complexe : prendre les mêmes objets du même rang dans le même ordre. (// avec le domaine lecture/écriture et des mots, découpés en étiquettes/lettres, à reconstituer). C'est possible en PS.

définitions :

- la suite : c'est l'aboutissement
- l'algorithme : c'est le processus qui permet de ..



Par exemple, pour cette suite, plusieurs algorithmes sont possibles :

- prendre un bleu, un rouge, un bleu, un rouge...
- prendre tous les bleus, les poser en laissant un espace entre deux ; prendre tous les rouges, les poser entre les bleus
- prendre un bleu et un rouge, les poser ; prendre un bleu et un rouge, les poser...

Ce travail se situe avant l'énumération en tant que telle mais cela y conduit.

En PS, une suite n'est pas nécessairement répétitive, et il faut apprendre à comparer deux suites. Une suite est bien reproduite si le double est exactement identique au modèle (pas mieux !)

- si on fait un collier, il est souhaitable d'utiliser des clips tout autant que des perles, et mettre en évidence que les clips donnent plus de liberté (plus de possibilités pour l'algorithme de reproduction) que les perles.
- penser au visible et aussi au « visible plus loin » = aller chercher

En MS/GS, continuer à travailler sur les suites répétitives (reproduire, continuer) ou non (inventer, reproduire).

Penser aussi que suivant les objets, il faut trouver l'algorithme le plus performant éviter d'utiliser un algorithme peu performant, donc savoir qu'il y a plus d'un algorithme possible.

## LE NUMERIQUE STRITO SENSU

### Dénombrer

C'est répondre à la question : « combien ? » pour une collection discrète. On dispose de plusieurs procédures de dénombrement, qu'on n'utilise pas indifféremment.

Une collection discrète (par exemple les stylos d'une trousse ; par opposition à une quantité continue, par exemple de la pâte à modeler) comporte des éléments identifiables, séparables, qui ont une identité personnelle, une autonomie les uns par rapport aux autres. La difficulté pour l'élève c'est de passer de l'« élément » à l'« unité », l'unité étant un élément dépersonnalisé. Cela fait obstacle très longtemps (ex : avec un élève de CE2 à qui on demande combien il a de stylos dans sa trousse et qui dit et répète « 3 stylos rouges et 2 stylos bleus ») Il faut varier la prise sensorielle d'information.

### Procédure de subitisation

Les éléments doivent être suffisamment proches mais pas trop.

S'ils sont placés en constellation, la procédure ne relève pas de la subitisation.

La subisitation :

- fonctionne pour 0, 1 et 2 ; c'est plus aléatoire (cela dépend des individus, certains subitise trois, d'autres pas, et ça n'a aucune espèce d'importance) pour 3
- c'est la capacité à répondre sans s'occuper des « un » dans ce « tout » et **sans s'occuper de leurs positions relatives**
- est innée pour tous les êtres humains et certains mammifères et ce, dès les premiers jours après la naissance <http://michellyons.blogspot.fr/>

En GS, il faut travailler sur ces propriétés, constater que l'on conserve les quantités en bougeant les objets, en les mélangeant, mais qu'elles ne sont pas conservées en en ôtant, en en ajoutant

Procédure par comptinage

Ce n'est pas de l'ordre terme à terme, mais rang à rang d'où l'importance de travailler cela en PS

Procédure par partage

Partager la collection en toutes petites collections subitisables puis calcul (mais cela n'est pas pour la maternelle)

## **Représenter**

Représentation analogique

Même nombre d'unités que dans la collection que je représente : doigts, constellations, toute collection d'objets avec convention de représentation spatiale (cartes, dé..)

Voir le site <http://www.jlsigrist.com/sitenombre/cartes5.html> pour des cartes ayant les figures dans le même sens et une seule écriture chiffrée

Représentation symbolique

Le nombre d'éléments dans la représentation n'a aucun rapport avec la quantité.

Exemples :

- Les noms des nombres (quand je dis « deux », je dis un seul mot, et il n'est pas deux fois plus ... que « un »)
- L'écriture chiffrée d'un nombre (si j'écris VI pour six, il n'y a pas six quelque chose dans l'écriture VI ; de même si je l'écris 6)
- Les réglettes Cuisenaire <http://www.montessoristreet.fr/fr/mathematiques/285-les-reglettes-cuisenaire.html>
- Au contraire, les barrettes de perles de Montessori sont analogiques : [http://www.atelier-montessori.com/perles-montessori\\_25\\_perles-par-activite\\_serpent-de-l-addition\\_ca-sp-8.html](http://www.atelier-montessori.com/perles-montessori_25_perles-par-activite_serpent-de-l-addition_ca-sp-8.html))

*Compléments sur les apprentissages numériques en maternelle*

<http://www.ac-nice.fr/ia83/images/fichiers/maternelle/bulletin-24-02-maths.pdf>

[http://www.ac-toulouse.fr/automne\\_modules\\_files/pDocs/public/r18614\\_61\\_domnumauch.pdf](http://www.ac-toulouse.fr/automne_modules_files/pDocs/public/r18614_61_domnumauch.pdf)

## GRANDIR ET SE CONSTRUIRE : l'enjeu des traces à l'école maternelle

A quels besoins fondamentaux répondent les productions de traces ?  
En quoi la trace permet-elle de développer la personnalité de l'enfant ?  
Quelles traces pour quels apprentissages ?

### Traces mathématiques

#### 2 Traces : des outils pour apprendre

2.1 Construction de traces individuelles, collectives

2.2 Traces et affichages

2.3 Traces et outils méthodologiques

#### 3 Traces et gestes professionnels

3.1 Traces et imprégnation

3.2 Traces et communication

3.3 Traces et évaluation

#### 4 - Traces et expérience du monde

*Monde du sensible - monde virtuel*

4.5 Traces et monde numérique

## Historique - Quelles sont les traces des élaborations mathématiques ?

### Traces préhistoriques

On les interprète car on n'est pas sûr de leur représentation.

Etaient marqués sur des os ou des bois d'animaux des ●●● ou des ///. Est-ce que cela représente du nombre ? quel genre de nombre ? pour quoi faire ? de quoi a-t-on voulu garder trace ?

- une quantité ? j'ai tué X ours à la chasse
- un calendrier ? le nombre de jours entre deux pleines lunes ...

### Traces dans l'Antiquité

On a un peu plus de données fiables.

#### Représentation analogique

Bourse d'argile : on met un caillou dans la bourse d'argile quand un mouton passe ; on cuit la bourse d'argile ; quand on récupère les moutons, on casse la bourse d'argile et on vérifie. On est dans la correspondance terme à terme. Ces cailloux s'appelaient calculi d'où le mot calcul »<http://villemin.gerard.free.fr/aMaths/Ensemble/TheEns01.htm#compter>  
On peut faire un rapprochement avec le comptage des mineurs par rapport au décrochage puis à l'accrochage de leurs lampes.

Un objet ou un emplacement peut symboliser une unité d'une collection.

Cette représentation analogique évolue

Les cailloux ne sont plus des cailloux ordinaires mais artificiels avec une certaine forme. Sur la bourse, les empreintes peuvent représenter un élément ou un groupe (début d'une numération écrite)

#### Représentation numérique écrite

Empreinte dans de l'argile, dans de la cire, dessin sur du papyrus

### Aspect post antiquité

A quoi sert cette représentation numérique écrite ?

Le codage des nombres entiers est plus du côté des savoirs savants que du côté de l'usage courant qui lui, restera oral.

Le savoir-faire du calcul chiffré est très récent, fin 19<sup>ème</sup> dans la population lambda.

De même, le passage du savoir savant (savoir conceptualisé) au savoir commun (savoir faire non théorisé) est lent (plusieurs centaines d'années) dans les 4 domaines :

- connaissance numérique
- connaissance spatiale
- connaissance géométrique
- connaissances en grandeurs (quantités continues, étendue, durée, températures...)

## Différences entre le spatial et la géométrie

Spatial	Géométrie
On en a besoin tous les jours. C'est très travaillé en maternelle : <ul style="list-style-type: none"> <li>- positions relatives,</li> <li>- topologie (lignes fermées, lignes ouvertes, extérieur, intérieur...)</li> </ul>	Pas ( <b>ou peu</b> ) dans la vie courante. C'est peu travaillé en maternelle Représentation mentale : <ul style="list-style-type: none"> <li>- reconnaissance</li> <li>- reproduction</li> <li>- description</li> </ul>

### En géométrie

L'élève ne travaille pas sur ce qui est sur la photographie mais sur ses souvenirs de la situation vécue.

ex : la boîte à camembert

Sur la photographie, le couvercle est un rond ovale ; si c'est un rond « bien rond », on ne voit pas la face latérale du cylindre ; même si, sur une photographie, une boîte à camembert et une boîte à « caprice des dieux » sont pratiquement identiques, l'image renvoie l'élève à des réalités sensiblement différentes.

Un outil intéressant, la boîte à mimines

- La couleur n'est pas une propriété géométrique
- C'est important en PS
- En MS, on travaille sur la matière (cochonnet, balle en caoutchouc)
- En GS, on travaille sur les particularités - objets différents de formes identiques

### La trace, apprentissage de la classe... des questions à se poser

- cheminement d'un élève ?
- qui a besoin de cette trace ?
- pour quoi en faire ?

## LE POINT SUR NOTRE REFLEXION

### Rendre compte d'une démarche, de l'implicite des programmes à l'explication d'une programmation.

Des alternances (suites répétitives)

De la reproduction d'une suite à la mise en place du geste mental d'énumération.

PS	MS	GS
<i>La suite</i>	→	
	<i>L'énumération*</i>	

\* Voir chapeau/sucre dans le document de Claire Margolinas, ou la valise de Toutou <http://circsaintvalery.spip.ac-rouen.fr/spip.php?article109>

#### A propos de l'énumération :

- BRIAND J. et al. « Enseigner l'énumération en M.S. maternelle »  
<http://peysseri.perso.neuf.fr/DOCUMENTS/Maternelle/CDhatier/Enumeration.pdf>  
[http://www.marignane.ien.13.ac-aix-marseille.fr/ressources/maths\\_maternelle.pdf](http://www.marignane.ien.13.ac-aix-marseille.fr/ressources/maths_maternelle.pdf)
- EMPRIN F. et F. « Savoir énumérer » <http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/images/FA333.pdf>
- DENNY Y « Les trains » <http://groupes-premier-degre-36.tice.ac-orleans-tours.fr/eva/sites/groupes-premier-degre-36/IMG/pdf/JeuxMathematiquesMaternelle.pdf>
- MARGOLINAS C. et al (plus complexe qu'il n'y paraît) [http://apmep.univ-lyon1.fr/IMG/pdf/Margolinas\\_entier.pdf](http://apmep.univ-lyon1.fr/IMG/pdf/Margolinas_entier.pdf)

Travailler sur une suite pour prendre conscience de la position d'un objet dans la suite (idée de rang)

	Concept 1 Un objet dans une suite
Se situer dans une programmation d'apprentissage →→→	Concept 2 Le geste mental d'énumération